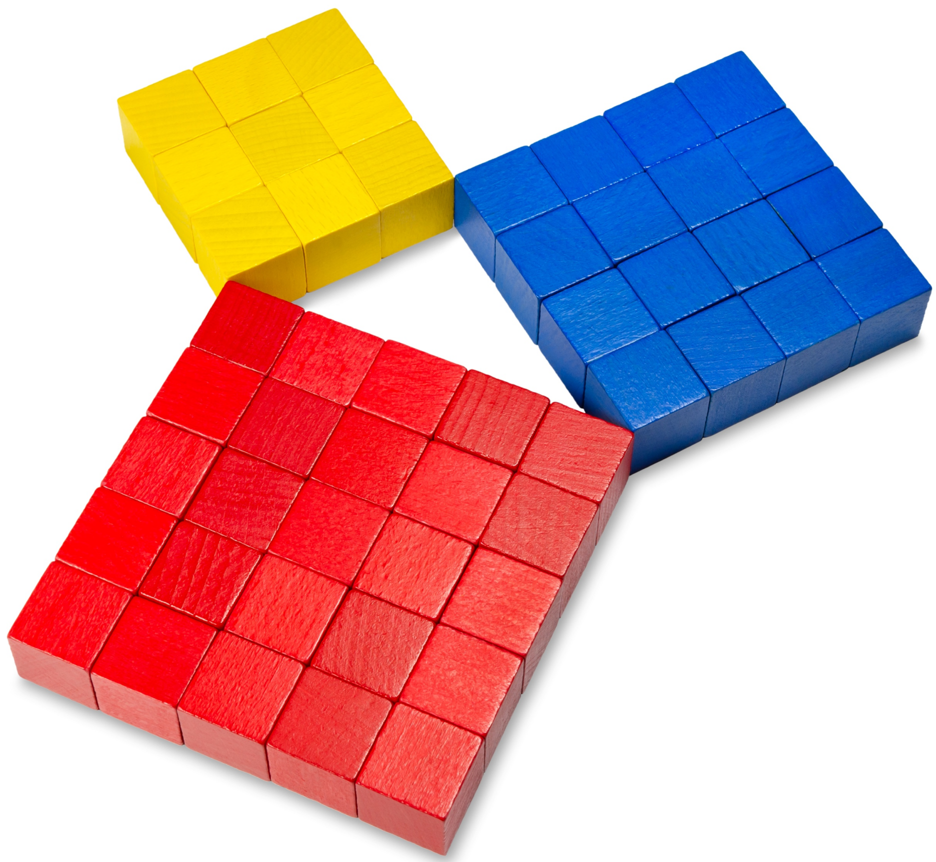
# Il teorema di Pitagora e le sue applicazioni



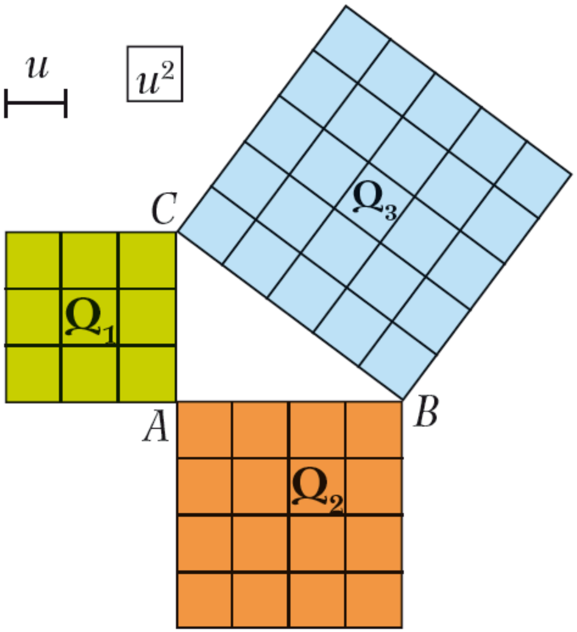
# Il teorema di Pitagora

Il teorema di Pitagora esprime la relazione tra le misure dei lati di un qualsiasi triangolo rettangolo.

Dato il triangolo *ABC,* costruiamo sull'ipotenusa un quadrato $Q_3$ e sui due cateti due quadrati $Q_1$ e $Q_2$.

Il numero di quadratini uguali all'unità di misura $u^2$ contenuti in $Q_3$ è uguale al numero dei quadratini contenuti in $Q_1$ e $Q_2$ quindi:

$$\boldsymbol{Q_3 \doteq Q_1 + Q_2}$$




**TEOREMA DI PITAGORA**

**In un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.**

# Il teorema di Pitagora

## IL TEOREMA DI PITAGORA IN FORMULE

In ogni triangolo rettangolo l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui due cateti.

Indicando con *a*, *b*, *c* rispettivamente le misure dell'ipotenusa e dei due cateti si può scrivere:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

da cui possiamo ricavare le formule inverse:

$$b^2 = a^2 - c^2 \qquad c^2 = a^2 - b^2$$

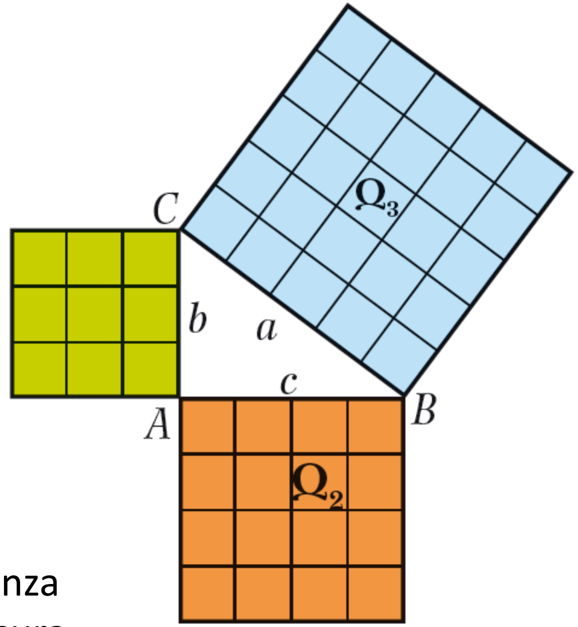
In ogni **triangolo rettangolo** si calcola:

- la **misura dell'ipotenusa** estraendo la radice quadrata della somma dei quadrati delle misure dei cateti:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

- la **misura di un cateto** estraendo la radice quadrata della differenza fra il quadrato della misura dell'ipotenusa e il quadrato della misura dell'altro cateto:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} \qquad c = \sqrt{a^2 - b^2}$$




Lattes

# Terne pitagoriche

Si ha una **terna pitagorica** quando, dati tre numeri, il quadrato del numero maggiore è uguale alla somma dei quadrati degli altri due.

3, 4, 5 è una terna pitagorica infatti:

$5^2 = 3^2 + 4^2$  cioè  $25 = 9 + 16$

Una terna pitagorica è **primitiva** se i tre numeri che la costituiscono sono primi fra loro.

Si possono ottenere terne pitagoriche moltiplicando o dividendo per uno stesso numero intero o decimale i numeri che costituiscono una terna primitiva.

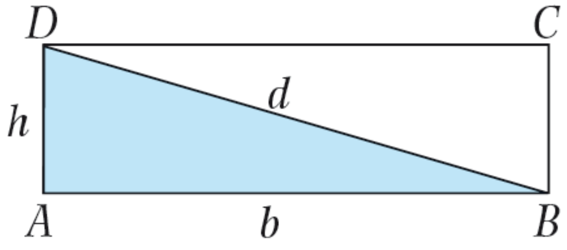
# Applicazioni del teorema di Pitagora

## RETTANGOLO

In un rettangolo la diagonale *d* lo divide in due triangoli rettangoli aventi per ipotenusa la diagonale e per cateti le dimensioni *b* e *h* del rettangolo.

Applicando il teorema di Pitagora a uno dei due triangoli rettangoli:

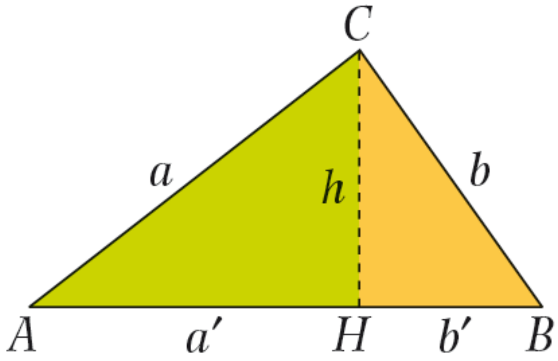
$$d = \sqrt{h^2 + b^2} \qquad b = \sqrt{d^2 - h^2} \qquad h = \sqrt{d^2 - b^2}$$




## TRIANGOLO RETTANGOLO

In un triangolo rettangolo l'altezza *h* relativa all'ipotenusa lo divide in due triangoli rettangoli aventi per ipotenusa rispettivamente i cateti *a* e *b* e per cateti l'altezza *h* e le due proiezioni *a′* e *b′*:

$$a' = \sqrt{a^2 - h^2} \qquad b' = \sqrt{b^2 - h^2}$$



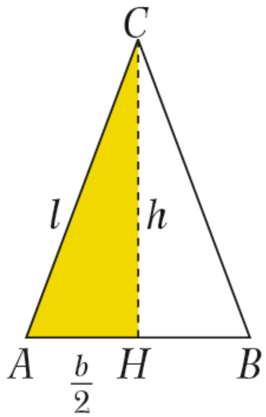

Lattes

# Applicazioni del teorema di Pitagora

## TRIANGOLO ISOSCELE

Il triangolo isoscele è diviso dall'altezza *h* relativa alla base in due triangoli rettangoli congruenti, ciascuno dei quali ha per ipotenusa il lato obliquo *l* e per cateti l'altezza *h* e la metà della base *b*:

$$\boldsymbol{l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} \qquad h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \qquad b = 2 \cdot \sqrt{l^2 - h^2}}$$

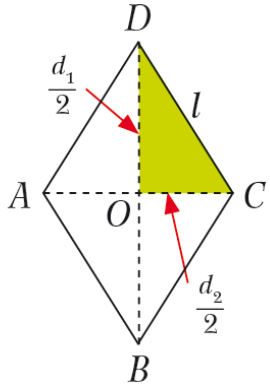



## ROMBO

Le diagonali di un rombo lo dividono in quattro triangoli rettangoli congruenti aventi per cateti le semidiagonali $\frac{d_1}{2}$, $\frac{d_2}{2}$ e per ipotenusa il lato *l*:

$$\boldsymbol{l = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}}$$

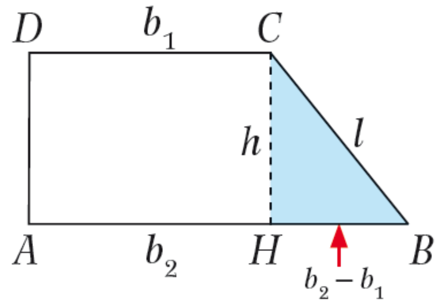
$$\boldsymbol{\frac{d_1}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} \qquad \frac{d_2}{2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}}$$



# Applicazioni del teorema di Pitagora

## TRAPEZIO RETTANGOLO

Il trapezio rettangolo *ABCD* è diviso dall'altezza *CH* nel rettangolo *AHCD* e nel triangolo rettangolo *HBC* che ha per ipotenusa il lato obliquo *l* del trapezio e per cateti *h* e la differenza fra le basi $b_2 - b_1$:

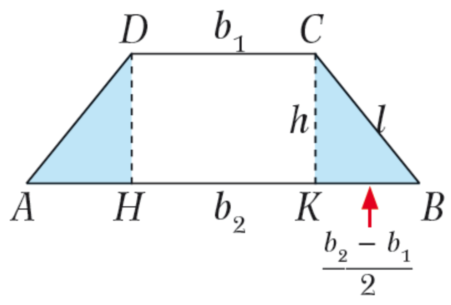



$$\boldsymbol{l = \sqrt{h^2 + (b_2 - b_1)^2}}$$

$$\boldsymbol{h = \sqrt{l^2 - (b_2 - b_1)^2}} \qquad \boldsymbol{b_2 - b_1 = \sqrt{l^2 - h^2}}$$

## TRAPEZIO ISOSCELE

Nel trapezio isoscele *ABCD* tracciando le altezze *DH* e *CK* otteniamo due triangoli rettangoli congruenti *DHA* e *CKB* in cui l'ipotenusa coincide con il lato obliquo *l* e i cateti coincidono con l'altezza *h* e la semidifferenza fra le basi $\frac{b_2 - b_1}{2}$:




$$\boldsymbol{l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b_2 - b_1}{2}\right)^2}} \qquad \boldsymbol{h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b_2 - b_1}{2}\right)^2}} \qquad \boldsymbol{b_2 - b_1 = 2 \cdot \sqrt{l^2 - h^2}}$$

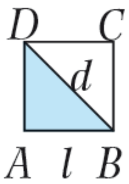
# Applicazioni del teorema di Pitagora a triangoli particolari

## QUADRATO

La misura della diagonale di un quadrato si ottiene moltiplicando la misura del lato per $\sqrt{2}$:

$\boldsymbol{d = l\sqrt{2}}$ (formula diretta)

$\boldsymbol{l = \frac{d}{\sqrt{2}}}$ (formula inversa)

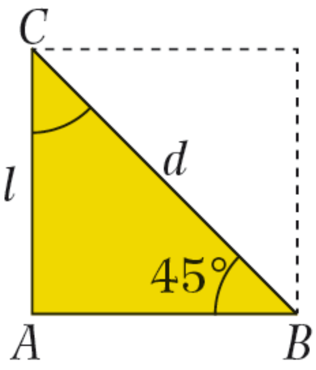



## TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI DI 45°

Se un triangolo rettangolo ha un angolo di 45°, anche l'altro angolo deve misurare 45° e il triangolo sarà pertanto isoscele.

Questo triangolo rettangolo isoscele è la metà di un quadrato e ha l'ipotenusa coincidente con la diagonale *d* del quadrato e i cateti coincidenti al lato *l*.

La misura dell'ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele si ottiene moltiplicando la misura del cateto per $\sqrt{2}$.



# Applicazioni del teorema di Pitagora a triangoli particolari

## TRIANGOLO EQUILATERO

La misura dell'altezza di un triangolo equilatero si ottiene moltiplicando la misura della metà del lato per $\sqrt{3}$:

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \qquad \text{(formula diretta)}$$

$$l = \frac{2h}{\sqrt{3}} \qquad \text{(formula inversa)}$$


## TRIANGOLO RETTANGOLO CON GLI ANGOLI DI 30° E 60°

Un triangolo rettangolo con gli angoli acuti di 60° e 30° è la metà di un triangolo equilatero.

L'ipotenusa corrisponde al lato *l* del triangolo equilatero, il cateto minore (opposto all'angolo di 30°) a $\frac{l}{2}$ e il cateto maggiore (opposto all'angolo di 60°) all'altezza *h*.